

ММО-09

1. Төгс тоо натурал тооны квадрат болж чадахгүйг батал. Өөрийн бүх хуваагчдын нийлбэртэй тэнцүү тоог төгс тоо гэнэ. Жишээ нь: $6 = 1 + 2 + 3$ төгс тоо болно.

2. Шулуун дээр B нь A ба C -ийн хооронд орших цэгүүд өгөгдөв. Энэ шулууны 1 талд $|AB|$, $|BC|$, $|AC|$ -ээр диаметрээ хийсэн K_1 , K_2 , K хагас тойргуудыг татав. B цэгийг дайрсан AC -д перпендикуляр шулуун K тойргийг D цэгт огтолно. Тэгвэл K тойргийг D цэгт шүргэсэн ℓ_1 шүргэгч нь K_1 ба K_2 -ийн ерөнхий шүргэгч ℓ_2 -тэй параллел болохыг батал.

3. 8×8 квадратын 1 диагоналийн 2 үзүүр дээр орших 1×1 квадратуудыг салгаж авав. Үлдсэн хэсгийг 1×2 тэгш өнцөгтөөр бүрхэж болох уу?

4. Дурын бодит тоо x , y -ийн хувьд $P(x, y) > 0$ байх ба ямар ч эерэг бодит $\varepsilon > 0$ тоо авахад $P(x, y) < \varepsilon$ байхаар бодит тоо x , y олддог тийм бүхэл коэффициенттэй олон гишүүнт $P(x, y)$ олдох уу?

5. Тус бүр нь $2n$ -ээс ихгүй $n + 1$ ширхэг натурал тоо $a_1, \dots, a_{n+1}$ өгчээ. Эдгээрийн аль нэг нь нөгөөгөө хуваана гэдгийг батал.

6. $a, b > 0$ гэе. $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ гэсэн хоёр дарааллыг дараах рекуррент аргаар өгчээ. $a_1 = a$, $b_1 = b$ ба дурын $n \geq 1$ дугаарын хувьд:

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}, \quad b_{n+1} = \sqrt{\frac{a_n^2 + b_n^2}{2}}$$

Тэгвэл дурын n -ийн хувьд $|b_{n+1} - a_{n+1}| \leq \frac{|b - a|}{2^n}$ болохыг батал.