**ММО-52**

**1.** $a+b+c=16$ байх $a,b,c$ эерэг бодит тоонуудын хувьд

$$\frac{ab}{a+b}+\frac{bc}{b+c}+\frac{ca}{c+a}\leq 5+\frac{13c}{16}$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

**2.** $ABC$ гурвалжны $BC$ талын дундаж $M$ цэгийг дайрсан $AC$ талтай параллель шулуун дээр $N$ цэгийг $\measuredangle MAB=\measuredangle NAC$ байхаар авсан бол $\measuredangle ABN=\measuredangle ACB$ болохыг батал.

**3.** Тус бүр $1,2,\ldots,99,100$ грам жинтэй 100 ширхэг туухайг жинлүүрийн 2 таваг дээр жин тэнцүү байхаар хувааж тавив. Үлдсэн туухайнуудын жин тэнцүү байхаар жинлүүрийн таваг тус бүрээс хоёр, хоёр туухайг авч болохыг батал.

**4.** Эерэг $a,b$ тоонуудын хувьд $a+b=2$ бол

$$\frac{a}{1+b+b^2}+\frac{b}{1+a+a^2}\geq\frac{2}{3}$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

**5.** $2\times n$ хэмжээтэй хүснэгтийн зарим нүдийг будахад, будагдсан аль ч хоёр нүд нь хөрш биш байвал уг будалтыг “зөв будалт” гэж нэрлэе. Тэгш тооны нүдийг будсан зөв будалтын тоо ба сондгой тооны нүдийг будсан зөв будалтын тооны ялгаврыг ол. (Ерөнхий талтай нүднүүдийг хөрш нүднүүд гэж нэрлэнэ)

**6.** $ABC$ гурвалжны $AC$ тал дээр $D$ цэг, $AB$ тал дээр $E$ цэгийг сонгон авчээ. $ABC$ гурвалжны $BP$ биссектрисс, $ADE$ гурвалжны $DQ$ биссектриссүүд хоорондоо перпендикуляр бол $PQ\parallel EC$ гэдгийг батал.