

Сайн гараа, 2019

1. $xy + yz + zx = 3$ байх x, y, z эерэг бодит тоонуудын хувьд

$$(x^2 + 3)(y^2 + 3)(z^2 + 3) \geq 21(x + y + z) + 1$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

2. $\frac{3^{p-1} - 1}{p}$ бүтэн квадрат байх бүх p анхны тоог ол.

3. $BC \geq CA \geq AB$ байх ABC гурвалжинд BK, CL биссектриссүүд татав. AKL гурвалжин дотор орших дурын X цэгээс AB, AC талууд руу буулгасан перпендикулярын сууриуд харгалзан Y, Z бол XYZ гурвалжны периметр AC хэрчмийн уртаас бага гэж батал.

4. $\{a_n\}_{n \geq 1}, \{b_n\}_{n \geq 1}$ дарааллууд нь эхний гишүүн ба ялгавар нь харилцан анхны натурал тоо байх төгсгөлгүй арифметик прогрессууд байг. Хэрэв дурын n натурал тооны хувьд

$$(a_n^2 + a_{n+1}^2)(b_n^2 + b_{n+1}^2) \text{ ба } (a_n^2 + b_n^2)(a_{n+1}^2 + b_{n+1}^2)$$

тоонуудын ядаж нэг нь бүтэн квадрат болдог бол дурын n натурал тооны хувьд $a_n = b_n$ гэж батал.