

Сайн гараа, 2019

1. Хос, хосоороо ялгаатай a, b, c, d бодит тоонуудын хувьд

$$\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-d)^2} + \frac{1}{(d-a)^2} = 1$$

нөхцөл биелдэг бол $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ илэрхийллийн хамгийн бага утгыг ол.

2. Элдэв талт, хурц өнцөгт ABC гурвалжны ортотөв H ба C оройгоос буулгасан өндрийн суурь C_1 байг. HC_1 хэрчим дээрх дурын K цэгээс AC, CB талууд руу буулгасан перпендикулярын суурь харгалзан L, M ба AM, LB хэрчмүүд N цэгт огтлолцдог бол $\angle ANK = \angle HNL$ гэж батал.

3. 0 ба 1 цифрээс тогтох бүх n -түүдийн олонлогийг B_n гэж тэмдэглэе. Дурын $a, b \in B_n$ (ялгаатай байх албагүй) элементийн хувьд $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ ба $\delta_1, \dots, \delta_n$ хоёр дарааллыг дараах байдлаар тодорхойлъя.

1. $\varepsilon_0 = \delta_0 = 0$

2. $0 \leq i \leq n-1$ байх i бүрийн хувьд $\varepsilon_{i+1} = (\delta_i - a_{i+1})(\delta_i - b_{i+1})$ ба $\delta_{i+1} = \delta_i + (-1)^{\delta_i} \varepsilon_{i+1}$

Хэрэв $\omega(a, b) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n$ бол $f(n) = \sum_{a, b \in B_n} \omega(a, b)$ -г ол.

4. $\varphi(a^n + n) = 2^n \varphi(n)$ тэнцэтгэлийг хангах бүх (a, n) натурал тоон хосыг ол.