

Бага сунгаа VI

1. Тойрог дээр $1, 2, \dots, n$ гэж дугаарласан n цэг байв. 1 дүгээр цэгээс бусад бүх цэг дээр тус бүр нэг даам байрлуулав. Даам нь хөрш цэг дээрх даамыг давж иднэ (хөрш цэгийн дараагийн цэг хоосон үед идэх үйлдэл зөвшөөрөгдөнө). $n = 2020$ үед ганц даам үлдэх боломжтой юу?

2. Аль ч хоёр тал нь параллел биш $ABCD$ багтсан дөрвөн өнцөгтийн диагоналиуд нь E цэгт огтлолцдог. AB, CD талуудын дундаж харгалзан F, G ба ℓ нь G -г дайрсан AB -тэй параллел шулуун. E цэгээс ℓ ба CD -д буулгасан перпендикулярын сууриуд харгалзан H ба K бол $EF \perp HK$ гэж батал.

3. Аль ч хоёрынх нь нийлбэр бодит язгуургүй, аль ч гурвынх нь нийлбэр бодит язгууртай байх дөрвөн олон гишүүнт олдох уу?

4. n нь эерэг бүхэл тоо. $b(n)$ нь хоёртын тооллын бичвэр нь n тооны хоёртын тооллын бичвэрийн хэсэг болдог тоонуудын тоо. Жишээ нь $b(13) = 6$ учир нь $13 = 1101_2$, $6 = 110_2$, $5 = 101_2$, $3 = 11_2$, $2 = 10_2$, $1 = 1_2$ гэсэн 6 ширхэг тоо байна. Тэгвэл

1. $n \leq 1024$ үед $b(n) \leq 32$ гэж батал.

2. $b(n) = 32$ байх n -г ол.