

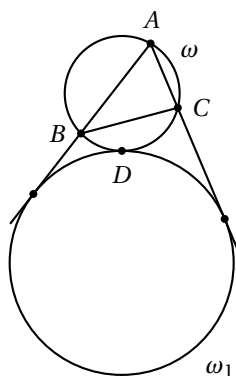
ММО-39

1. Тэмцээнд n ($n \geq 10$) баг оролцож тойргоор тоглов. Тэмцээний дараа нэг ч тэнцээ гараагүй ба тэнцүү оноотой 4 баг байсан бол бие биеэ тойрч хожсон гурвалын хос дор хаяад 2 олдохыг батал.

2. $\forall k \in \mathbb{N}$ хувьд $a_{k+1} > a_k$ байх ба $a_k a_{k+1} + 1$ ба $a_k + 1$ нь бүтэн квадрат байх натурал тоон төгсгөлгүй дараалал олдохыг батал.

3. ABC гурвалжны ортотөв нь H ба багтаасан тойргийн төв нь O болог. CO шулуун дээр орших дурын E цэгийн хувьд $AH \cap BE = M$, $BH \cap AE = N$ бол $\angle ACN = \angle BCM$ гэж батал.

4. ω ба ω_1 тойргууд нь D цэгт шүргэлцэнэ. AC ба AB талууд ω_1 тойргийг шүргэнэ. $\angle CDB$ өнцгийн биссектрисийг агуулсан шулуун ABC гурвалжины (CB талыг шүргэсэн) гадаад багтсан тойргийн төвийг дайрна гэж батал.



5. n, b нь өгөгдсөн натурал тоонууд, $\frac{a^n - b^n}{a - b}$ тоо нь ямар нэг тооны 1-ээс их зэрэг болдоггүй байхаар $(a, b) = 1$ байх a тоо төгсгөлгүй олон олдохыг батал.

6. Нэг компани $2n + 1$ ажилтантай бөгөөд тэдгээрийн зарим нь хоорондоо танил байв (A нь B -г таньдаг бол B нь A -г танина). Аль ч n ажилтанг сонгон авахад үлдэх ажилтнууд дотор тэдгээр ажилтнуудыг бүгдийг таньдаг ажилтан заавал олддог бол компанид бүх ажилтанг таньдаг ажилтан бий гэж батал.