

ММО-55

1. $-3 \leq x, y \leq 3$ тоонуудын хувьд

$$0 \leq (x^2 + 1)(y^2 + 1) + 4(x - 1)(y - 1) \leq 164$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

2. $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ бөгөөд $\angle BCD < 90^\circ$ байх $ABCD$ дөрвөн өнцөгт өгөгдөв. P, Q цэгүүдийг $\angle APC = \angle AQC = \angle BCD$ байхаар харгалзан CB, CD цацрагууд дээрээс авав. $BCDE$ дөрвөн өнцөгт параллелограмм болдог E цэгийн хувьд EDB гурвалжныг багтаасан тойргийн төв PQ хэрчмийн дундаж цэг болно гэж батал.

3. Натурал m, n тоонуудын хувьд $A = m^4 + 3m^2n^3 + n$ тоо

$$B = n^3 + 4mn^2 + 3m^2n + 4m^3 - 1$$

тоонд хуваагддаг бол B тоо ямар нэг анхны тооны 4 зэрэгтэд хуваагдана гэж батал.

4. Натурал n тооны хамгийн том анхны тоон хуваагчийг $P(n)$ гэж тэмдэглэе. $P(n-1), P(n), P(n+1)$ тоонууд бүгдээрээ $2\sqrt{n}$ тооноос бага байдаг $n \geq 2^{2019}$ тоо олдоно гэж харуул.

5. Элдэв талт ABC гурвалжинд багтсан I төвтэй тойрог BC талыг E цэгт шүргэх ба AI шулуун BC талыг F цэгт огтолно. ABC гурвалжныг багтаасан тойрог AEF гурвалжныг багтаасан тойргийг A цэгээс ялгаатай D цэгт огтолдог бол $\angle ADI = 90^\circ$ гэж батал.

6. Сондгой тооны сурагчтай анги байв. Сурагч бүр ядаж нэг найзтай ба ерөнхий найзтай ямар ч хоёр сурагч ялгаатай тооны найзтай.

1. яг 3 найзтай сурагч үргэлж олдох уу?

2. яг 6 найзтай сурагч үргэлж олдох уу?