ММО-55, II даваа

1. $(a^2+c^2)(b^2+1)=(ac+b)^2+25$ байх бүх натурал тоон $a<b<c$ гурвалыг ол.

2. ω тойргийн гадна орших P цэгээс ω тойрогт PA ба PB шүргэгчүүд татав. P цэгийг дайрсан шулуун ω тойргийг C ба D цэгт огтолно. B цэгийг дайрсан PA шулуунтай параллель шулуун AC, AD шулуунуудтай харгалзан E, F цэгүүдэд огтлолцох бол $BE=BF$ гэж батал.

3. $n\geq 2$ гэе. $1,2,\ldots,n$ дугаартай n зогсоол дээр $1,2,\ldots,n$ дугаартай n машиныг байрлуулав. Машин бүрийн дугаараас уг машин зогссон зогсоолын дугаарыг хасахад гарах n ялгавар бүгд ялгаатай байвал энэ байрлуулалтыг *зөв* гэж нэрлэе. Нийт зөв байрлуулалтын тоо сондгой гэж батал.

4. O төвтэй ω тойргийн EF диаметр авъя. ω тойргийн A ба B цэгүүд EF шулууны нэг талд оршдог ба EF диаметр дээр орших P цэгийн хувьд $\measuredangle APE=\measuredangle BPF$ бол A, O, P, B цэгүүд нэг тойрог дээр оршино гэж батал.

5. Сөрөг биш a, b, $c\geq 0$ тоонуудын хувьд

$$a+b+c=a^3+b^3+c^3=2$$

бол $\max\{a,b,c\}$ тооны авч болох хамгийн их утгыг ол.

6. 1, 2 цифрүүдээр бичигдэх $\underbrace{99\ldots9}_{2109}$ тоонд хуваагдах хамгийн бага натурал тоог ол.