

Тусгаар тогтнолын олимпиад

1. Дурын бодит $x, y \neq 0$ хувьд $xf(x) - yf(y) = xyf\left(\frac{x}{y}\right)$ биелдэг бүх $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функцийг ол.
2. ABC гурвалжны BC тал дээр D цэг авч ABD, ACD гурвалжнуудыг харгалзан ω_1, ω_2 тойрогт багтаав. $\omega_1 \cap AC = E \neq A, \omega_2 \cap AB = F \neq A, BE \cap CF = O, EF \cap AO = T$ бол $BC \perp DT$ гэж батал.
3. Эерэг бүхэл n бүрийн хувьд $2^n \mid 19^k + 21$ байх эерэг бүхэл k олдоно гэж батал.
4. Натурал тоон олонлогийн зарим тоонуудыг улаан өнгөөр будав. Аль ч дараалсан 2019 тоо авахад тэдгээрээс ядаж нэг нь улаан өнгийн тоо байдаг бол нэг нь нөгөөгөө хуваадаг хоёр улаан тоо олдоно гэж батал.