

МУБИС-ийн олимпиад 2019

1. $x \neq 0; 1$ байх бодит x хувьд $f(x) + f\left(\frac{x-1}{x}\right) - xf(2) = 5$ нөхцөл биелдэг $f(x)$ функцийг ол.
2. ABC гурвалжинд AM медиан татав. AB, AC талын дундаж цэгийг дайрсан, AB, AC -д перпендикуляр шулуунууд AM медиантай огтлох цэгийг харгалзан E, F гэж тэмдэглэв. BE, CF шулууны огтлолцолын цэгийг L гэж тэмдэглэв. L цэгээс AB, AC талд буулгасан перпендикулярын суурийг харгалзан L_1, L_2 гэж тэмдэглэв. L_1L_2 шулуун AM медианд перпендикуляр болохыг батал.
3. Эерэг бүхэл тооны сүүлийн цифрийг арилгаж үүсэх тоон дээр арилгасан цифрийг 7-оор үржүүлэн нэмэх үйлдэл зөвшөөрөгдсөн байв (Жишээ нь энэ үйлдлийг 2018 тоон дээр хийвэл $201 + 56 = 257$ болох ба гарсан тоон дээр энэ үйлдлийг үргэлжлүүлэн хийх замаар 3 дахь үйлдлийн дараа 35 гарна). Тэгвэл 25^{2019} тоон дээр энэ үйлдлийг 3000 удаа хийхэд гарах тоог ол.
4. 19 хоттой улсын аль ч хоёр хот нь авто эсвэл төмөр замын аль нэгээр холбогдсон. Жуулчин нэг удаа аялахдаа гарсан хотоосоо гадна яг хоёр хотоор зочилж анхны хотдоо ирдэг. Жуулчид автомашинаар ч, галт тэргээр ч аялахыг хүсдэг ба аль ч хоёр нь авто замаар холбогдсон гурван хотыг эсвэл аль ч хоёр нь төмөр замаар холбогдсон гурван хотыг тохиромжгүй гурвал гэдэг. Тохиромжгүй гурвал хамгийн цөөндөө хэд байх вэ? Харгалзах байгуулалтыг ол.