МУБИС-ийн олимпиад 2019

1. 15×15 хэмжээтэй электрон самбарын нүд бүрт нэг, нэг гэрэл байрласан бөгөөд анх гэрлүүд бүгд унтарсан байв. Эхний секундэд самбарын 4 булангийн нүдний гэрлүүд ба төвийн нэг нүдний гэрэл асна. Дараагийн секундэд гэрэл нь асааллтай аль нэг нүдтэй хөрш (ерөнхий талтай) нүдэнд байрласан гэрлүүд нэгэн зэрэг шинээр асна. Энэ үйлдэл нь самбарын 225 нүдний бүх гэрэл бүгд асах хүртэл үргэлжилнэ. Гэрлүүд бүгд асмагц, дараагийн секундэд гэрлүүд бүгд эргэж унтарна. Тэгээд дээрх байдлаар гэрлүүд дахин асаж эхэлнэ. Яг 2019-р секундэд хэдэн гэрэл шинээр асах вэ? (Жишээ нь, 2-р секундэд 12 гэрэл шинээр асна).

2. Гурвалжны талын уртууд a, b ба c нь $a + b - c = 2$, $2ab - c^2 = 4$ нөхцөлүүдийг хангах бол энэ гурвалжин адил талт гэж батал.

3. Ресторан өдөр бүр өөрийн цэсэнд загасны, үхрийн махан, тахианы махан шөлний аль нэгийг нь сонгодог байв. Тахианы махан шөлийг дараалсан 3 өдөр сонгодоггүй бол рестораны долоо хоногийн шөлний цэсийг хэдэн янзаар зохиож болох вэ?

4. $\{1, 2, 3, \ldots, p-1\}$ олонлогийг аль ч хоёр ангийн элементүүдийн үржвэрүүдийн ялгавар p-д хуваагддаг байхаар үл огтлолцох дөрвөн ангид хувааж болох уу? а) $p = 41$ б) $p = 43$ үед.