

Энхболд XV

1. $p > 5$ байх анхны p тоо өгөгджээ. Өгсөн тойргийг $p-1$ ширхэг тэнцүү нумд хуваах цэгүүд дээр $1, 2, \dots, p-1$ тоонуудыг дараах нөхцөл биелж байхаар бичиж болох уу? (Нэг тоог нэг л цэг дээр бичнэ.)

Тойргийн ямар ч дэс дараалсан 3 цэг дээр бичигдсэн тоонууд нь a, b, c бөгөөд энэ 3 цэгтэй диаметрээр эсрэг 3 цэг дээр бичигдсэн тоонууд нь a', b', c' бол $a'b'c' - abc$ ялгавар p -д хуваагдана.

2. ω тойрогт багтсан ABC гурвалжин дотор P цэгийг сонгон авчээ. AP шулуун ω тойргийг дахин X цэгт, BP шулуун ω тойргийг дахин Y цэгт огтлох бөгөөд AY, CX шулуунууд Z цэгт огтлолцоно. PZ шулуун BCP гурвалжныг багтаасан тойргийг P цэгээс ялгаатай Q цэгт огтолдог бол APQ гурвалжныг багтаасан тойрог нь ω тойргийг шүргэхийг батал.

3. $a_n = 3^n + n^3 - 3n^2 + 3n + 2$ гэсэн дараалал өгөгджээ. k нь өгсөн натурал тоо бол a_n гишүүн нь 19^k -д хуваагддаг байх n дугаар олдохыг харуул.

4. $n \geq 2$ үед $n \times n$ хүснэгтийн i -р мөр, j -р баганын огтлолцлын нүдэнд эерэг a_{ij} тоо бичсэн бөгөөд $1 \leq i \leq j \leq n$ байх ямар ч i, j тоонуудын хувьд $a_{ij} \cdot a_{ji} = 1$ байв. Хүснэгтийн i -р мөрөнд бичигдсэн бүх тоонуудын нийлбэр S_i бол

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n} \leq 1$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.