Хот хоорондын 40-р уралдаан, Намрын уралдаан, үндсэн даваа, IX-X

1. ABC гурвалжны BC талын дундаж цэг M бөгөөд E цэг нь гурвалжны AC тал дээр орших оройнуудаас ялгаатай дурын цэг байв. $BE \geq 2 \cdot AM$ бол ABC гурвалжин мохоо өнцөгт гурвалжин гэдгийг батал.

2. Нэгэн арал дээр 2018 хүн амьдардаг бөгөөд хүмүүсийн зарим нь үнэнч, зарим нь худалч, үлдсэн нь аялдан дагагч байсан бөгөөд хүн бүр бусдынхаа хэн нь хэн бэ? гэдгийг мэддэг байв. Арлын бүх суугчдыг нэг эгнээнд зогсоогоод *Арлын үнэнч хүмүүс олон уу?* гэсэн асуултыг хүн бүрээс ээлжлэн асуужээ. Хүн бүр *тийм* эсвэл *үгүй* гэсэн хариултыг хэлсэн бөгөөд үнэнч нь үнэн, худалч нь худал, харин аялдан дагагч нар түүнээс өмнө хариулсан хүмүүсийн олонхитой ижил хариултыг хэлнэ (хэрэв түүнээс өмнөх *тийм*, *үгүй* гэсэн хариулт тэнцвэл, ямар ч хамаагүй хариултыг хэлнэ.) *Тийм* гэсэх хариултын тоо яг 1009 байсан бол арал дээр хамгийн олондоо хэдэн аялдан дагагч байсан бэ?

3. $77\ldots7$ хэлбэртэй тоонуудыг зөвхөн 7 цифр ашиглан, нэмэх, хасах, үржих, хуваах, зэрэг дэвшүүлэх үйлдлийн тусламжтайгаар илэрхийлж болжээ (хаалт ашиглаж болох ба 7 цифрүүдээ дангаар нь эсвэл 77, 777, ... гэх мэтчилэн дараалж бичиж ашиглаж болно). Мэдээж нэг илэрхийлэл нь ердөө $77\ldots7$ гэж бичих явдал бөгөөд 77-г хамгийн цөөн 7 ашиглан ингэж бичих бичлэг нь 77 юм. Аравтын бичлэгээс нь өөр цөөн тооны 7 цифр ашиглан бичиж болдог $77\ldots7$ хэлбэртэй тоо олдох уу?

4. 7×7 хэмжээтэй хөлөг дээр шугамын дагуу талуудтай 2×2 хэмжээтэй квадрат үүсгэх үл харагдах *онгоц* байрлана эсвэл хөлөг онгоц хоосон байна. Хөлгийн зарим нүдэн *онгоц илрүүлэгч* байрлуулаад, байрлуулсан илрүүлэгчдээ нэгэн зэрэг ажиллуулж болно. Хэрэв илрүүлэгчтэй нүдэнд онгоц байвал тэр илрүүлэгч дохио өгнө. Онгоцны байрлалыг, мөн хөлөг онгоц хоосон эсэхийг мэдэхийн тулд хөлөг дээр хамгийн цөөндөө хэдэн илрүүлэгч байрлуулах ёстой вэ?

5. AD, BC сууриудтай адил хажуут $ABCD$ трапец O төвтэй тойрогт багтах бөгөөд BO шулуун AD хэрчмийг E цэгт огтолно. ABE, DBE гурвалжнуудыг багтаасан тойргийн төвүүд нь O_1, O_2 бол O_1, O_2, O, C цэгүүд нэг тойрог дээр оршихыг батал.

6. Бүхэл тооны квадратыг бүтэн квадрат тоо, бүхэл тооны кубыг бүтэн куб тоо гэж нэрлэе.

1. k нь бүхэл тоо байхад $3k-2$ тоог нэг бүтэн квадрат, хоёр бүтэн кубийн нийлбэрт задалж болохыг батал.
2. Ямар ч бүхэл тоог нэг бүтэн квадрат, гурван бүтэн кубийн нийлбэрт задалж болохыг батал.

7. Компьютер тоглоомын нэгэн улс 2-оос цөөнгүй хоттой бөгөөд хотууд нь аль ч хотоос өөр аль ч хот руу дамжин очиж болдог замын сүлжээгээр холбогдсон байв (нэг замаас нөгөө зам руу зөвхөн хотууд дээр дамжих болно). Аль ч хотоос гарч, нэг замаар 2 удаа явахгүйгээр тэр хотдоо эргэн ирж болдог бол замын сүлжээг *сайн* сүлжээ, эсрэг тохиолдолд *муу* сүлжээ гэж нэрлэе. Бат, Цэцэг хоёр дараах тоглоомыг тогложээ. Эхлээд Бат сүлжээний зам бүр дээр нэг чиглэл тодорхойлоод, аль

нэг хотод жуулчнаа байрлуулна. Тэгээд нэг үйлдлээр Бат жуулчинг чиглэлийн дагуу дараагийн хот руу явуулна. Харин Цэцэг жуулчны очсон хотын бусад хоттой холбогдсон аль нэг замын чиглэлийг эсрэгээр солино. Хэзээ нэгэн цагт Бат үйлдлээ хийж чадахгүй болоход Цэцэг хожино. Зөв тоглоход

1. замын сайн сүлжээтэй улсад Бат хэзээ ч хожигдохгүйгээр тоглож чадахыг батал.
2. замын муу сүлжээтэй улсад Цэцэг хожих чадахыг батал.