

## ММО-52

1.  $n$  натурал тоо бол  $2^n + 3^n + 5^n$  нь бүтэн квадрат тоо биш гэж батал.
2. 00, 01, 02, 03, ..., 97, 98, 99 дугаартай 100 ширхэг билетээс ямар ч  $k$  ширхэг билетийг сонгон авахад, тэдгээрийн дундаас аравтын орны цифрууд нь хоорондоо ялгаатай, мөн нэгжийн орны цифрууд нь хоорондоо ялгаатай байдаг 4 билет олддог байв.  $k$ -ийн боломжит хамгийн бага утгыг ол.
3.  $ABC$  гурвалжны гадна  $D, E$  цэгүүдийг, харин дотор нь  $F$  цэгийг  $ADB, BEC, CFA$  гурвалжнууд нь  $ABC$  гурвалжны талууд дээр суурьтай, хоорондоо төсөөтэй адил хажуут гурвалжнууд байхаар сонгон авав.  $DBEF$  дөрвөн өнцөгт параллелограмм гэж батал.
4. Эерэг  $a, b$  тоонуудын хувьд  $a + b = 2$  бол
$$\frac{a}{1+b+b^2} + \frac{b}{1+a+a^2} \geq \frac{2}{3}$$
тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.
5.  $2 \times n$  хэмжээтэй хүснэгтийн зарим нүдийг будахад, будагдсан аль ч хоёр нүд нь хөрш биш байвал уг будалтыг “зөв будалт” гэж нэрлэе. Тэгш тооны нүдийг будсан зөв будалтын тоо ба сондгой тооны нүдийг будсан зөв будалтын тооны ялгаврыг ол. (Ерөнхий талтай нүднүүдийг хөрш нүднүүд гэж нэрлэнэ)
6.  $ABC$  гурвалжны  $AC$  тал дээр  $D$  цэг,  $AB$  тал дээр  $E$  цэгийг сонгон авчээ.  $ABC$  гурвалжны  $BP$  биссектрисс,  $ADE$  гурвалжны  $DQ$  биссектриссууд хоорондоо перпендикуляр бол  $PQ \parallel EC$  гэдгийг батал.