

ММО-23

1. $n \geq 2$ үед $f(n-1) \cdot f(n+1) = f^2(n) - 1$ ба $f(1987) = 1987$ байх бүх $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ функцийг ол.

2. 4 радиустай тойргийг багтаах ABC гурвалжны C оройгоос нөгөө хоёр оройн гадаад өнцгийн биссектрис буулгасан перпендикулярын сууриудын хоорондох зай 21 ба

$$7 \cdot \operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{B}{2} = 2$$

бол талуудыг ол.

3. Өгөгдсөн N_{10} натурал тооны хувьд $N_{10}, N_{11}, N_{12}, \dots$ сөрөг биш бүхэл тоон дарааллыг дараах дүрмээр байгуулъя. Үүнд

1. Хэрэв $N_k = 0$ байвал байгуулах процессийг зогсооно;

2. Хэрэв $N_k > 0$ байвал $N_k - 1$ тоог

$$N_k - 1 = a_m + a_{m-1}k + a_{m-2}k^2 + \dots + a_0k^m$$

Энд $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$ $i = \overline{1, n}$ дүрсэн дээр бичээд N_{k+1} тоог

$$a_m + a_{m-1}(k+1) + a_{m-2}(k+1)^2 + \dots + a_0(k+1)^m$$

нийлбэртэй тэнцүү гэж тодорхойлъё. Бидний сонирхож байгаа дараалал ямагт төгсгөлөг гэж батал.

4. Дараах системийг бод:

$$\begin{cases} 4x^2 + 3y^2 = 1 \\ 32x^3 - 6x + 9y - 36y^3 = 1 \end{cases}$$

5. $n \geq 32$ үед $2, 3, \dots, n$ тоонуудыг дурын аргаар хоёр бүлэгт хуваахад $a \cdot b = c$ байх a, b, c тоонууд ядаж нэг бүлгээс нь олдоно гэж батал ($a = b$ байж болно).

6. Хавтгай дээр O цэгт төвтэй тойрог, энэ тойргийн гадна орших S цэг хоёр өгөгджээ. P нь өгөгдсөн тойрогт татсан SP шүргэгчийн шүргэлтийн цэг; Q нь P цэгээс OS хэрчим дээр буулгасан перпендикулярын суурь байг. PQ хэрчим дээр дурын T цэг аваад тойрог, ST шулуун хоёрын огтлолцлын цэгүүдийг A, B гэж тэмдэглэв. $\angle AQT = \angle TQB$ байхыг батал.