

ММО-21

1. 1985 ширхэг натурал тооноос тогтох M олонлог өгчээ. M олонлогийн ямар ч тоо нь $a + 21$ -ээс их анхны тоонд үл хуваагдана. Тэгвэл

1. $a \leq 9$ бол M олонлогийн ямар нэг 2 элементийн геометр дундаж нь бүхэл тоо байхыг батал.
2. $a \geq 10$ бол аль ч хоёр элементийн нь геометр дундаж бүхэл тоо биш байхаар тийм M олонлог олдохыг үзүүл.

2. Дараах тэнцэтгэлийг батал.

$$\sqrt{3} \operatorname{tg}^5 20^\circ - 9 \operatorname{tg}^4 20^\circ + 30 \operatorname{tg}^2 20^\circ + 9\sqrt{3} \operatorname{tg} 20^\circ = 9 + 6\sqrt{3} \operatorname{tg}^3 20^\circ$$

3. D_1BD_{n+1} гурвалжны D_1D_{n+1} тал дээр $D_2; D_3; \dots; D_n$ цэгүүд дараалан өгөгджээ. D_1BD_{n+1} , D_kBD_{k+1} гурвалжнуудад багтсан тойргийн радиусуудыг харгалзан r, r_k ; тэдгээрийн B өнцөгт гадаад багтсан тойргийн радиусыг $R, R_k, (k = 1, 2, \dots, n)$ гэж тэмдэглэвэл

$$\frac{r_1 \cdots r_n}{R_1 \cdots R_n} = \frac{r}{R}$$

байхыг батал.

4. A^2 нь дараалсан 2 тооны кубуудын ялгавар бол A нь дараалсан 2 тооны квадратуудын нийлбэр гэж батал.

5.

$$\sqrt{\cos 2x + \sin x - \cos x} + \sqrt[4]{\pi^2 - x} + \sqrt{\pi + x} > \pi$$

тэнцэтгэл бишийг бод.

6. Хоёр гурвалжны талууд $a_1, a_2, a_3; b_1, b_2, b_3$ бөгөөд дурын сондгой n -ийн хувьд

$$a_1^n + a_2^n + a_3^n = b_1^n + b_2^n + b_3^n$$

бол энэ хоёр гурвалжин тэнцүү гэж батал.