

## ММО-16

1.  $x^2 + y^2 + z^2 = 1980$  тэгшитгэлийн бүх натурал шийдийг ол.

2.  $a_1, \dots, a_n$  бодит тоонуудаас зохиосон

$$|a_1 + \dots + a_k - a_{k+1} - \dots - a_n|, \quad (k = 1, 2, \dots, n)$$

тоонуудын аль нэг нь  $\max |a_i|$ -ээс үл хэтэрнэ гэж батал.

3. Гурвалжны хамгийн их өнцөг нь  $90^\circ$ -аас үл хэтрэх бөгөөд  $r$  ба  $R$  нь түүнд багтсан ба багтаасан тойргийн радиусууд,  $m$  нь гурвалжны хамгийн их өндөр бол  $r + R \leq m$  болохыг батал.

4.  $n, a, b$  нь натурал тоонууд бөгөөд  $a > b$ ,  $n > b$ ,  $a^n + b^n = c^n$  бол  $c$  нь бүхэл тоо байж чадахгүйг батал.

5.  $\sin x > 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$  бол  $n \sin^{n+1} x - (n+1) \sin^n x + 1 = 0$  тэгшитгэлийг бод.

6.  $x_1, \dots, x_n$  тоонууд нь 1 ба  $-1$ -ийн аль нэгтэй тэнцүү ба

$$\sum_{i=1}^n x_i x_{i+1} x_{i+2} x_{i+3} = 0, \quad (x_{n+k} = x_k)$$

бол  $n$  нь 4-д хуваагдахыг батал.