

Бүс, дүүрэг 2019, намар

1. $a^3 + b^3 + c^3 = 3$ байх a, b, c эерэг бодит тоонуудын хувьд

$$\frac{1}{a^4 + 3} + \frac{1}{b^4 + 3} + \frac{1}{c^4 + 3} \geq \frac{3}{4}$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

2. $ABCD$ параллелограммын AB тал дээр E цэгийг $AE : EB = 1 : 3$ байхаар, BC тал дээр F цэгийг $BF : FC = 3 : 2$ байхаар, AD тал дээр G цэгийг $AG : GD = 1 : 4$ байхаар тус тус авав. Тэгвэл EC, GF, BD шулуунууд нэг цэгт огтлолцохыг батал.

3. 5×5 хүснэгтийн нүд бүрд натурал тоо бичжээ. Хүснэгтийн мөрнүүдэд бичсэн тоонуудын нийлбэр S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 , багануудад бичигдсэн тоонуудын нийлбэр $S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}$ болог. Хэрэв эдгээр 10 тоо бүгд ялгаатай байвал ийм хүснэгтийг “шидэт биш квадрат” гее. Шидэт биш квадратад бичигдсэн бүх тоонуудын нийлбэр хамгийн багадаа хэд байж болох вэ?

4. $f(x) = x^5 + x^4 + 1$ байг. Ямар нэг натурал тоо n -ийн хувьд $f(n)$ нь яг 6 ялгаатай натурал тоон хуваагчтай бол $n^3 - n + 1$ нь натурал тооны квадрат болохыг батал.