

**ММО-24**

1.

$$\begin{cases} x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz \\ x^2 = 4(y + z) \end{cases}$$

системийн бүх сөрөг биш, бүхэл шийдийг ол.

2. Хавтгай дээр тойрог ба  $A$  цэг өгөгджээ.  $A$  цэгийг дайрсан огтлогчийн тойрогтой огтлолцсон цэгүүдэд татсан шургэгчүүдийн огтлолцлын геометр байрыг ол.

3. Хавтгай дээр ерөнхий байршилтай  $2n$  ( $n \geq 4$ ) ширхэг цэг өгөгджээ. Аль ч цэг нь яг нэг хэрчмийн үзүүр байхаар эдгээр цэгийг  $n$  ширхэг хэрчмээр, бүх хэрчмийг нэг шулуунаар огтолж а) болдог б) болдоггүй байхаар холбож болохыг тус тус батал.

4.  $x_1 = 4$ ,  $x_{n+1} = 7x_n + 4\sqrt{3x_n^2 + 1}$  ( $n \geq 1$ ) дарааллын гишүүн бүр тэгш натурал тоо байхыг батал.

5.  $ABC$  гурвалжны  $AB$ ,  $BC$  талууд дээр  $\angle BCN = \frac{1}{3}\angle BCA$ ,  $\angle BAM = \frac{1}{3}\angle BAC$  байхаар  $N$  ба  $M$  цэгийг сонгон авчээ. Хэрэв  $CN = AM$  бол  $ABC$  гурвалжин адил хажуут гэж батал.

6.  $5^n$  ( $n \geq 1$ ) радиустай тойрог дээр аль ч хоёрын нь хоорондох зай бүхэл байхаар  $n + 1$  ширхэг цэг сонгон авч болохыг батал.