

Их сунгаа 2019

1. $71, 711, 7111, \dots, \underbrace{711\dots1}_{2019}$ гэсэн 2019 ширхэг тоонуудад байгаа анхны тоонуудын тоо нь 337-оос хэтрэхгүй гэж батал.

2. Хурц өнцөгт ABC гурвалжны AD биссектриссийн үргэлжлэл нь уг гурвалжныг багтаасан тойргийг E цэгт огтолно. E цэгээс гурвалжны AB талд буулгасан EH перпендикулярын дундаж цэг M байв. H цэгийг дайрсан AM шулуунд перпендикуляр шулуун AC шулууныг K цэгт огтолдог бол $\angle AEK = 90^\circ$ гэдгийг батал.

3. Далайн нэгэн улс 300 ширхэг аралтай бөгөөд улсын хаан нь арлуудыг холбосон гүүрүүд барихаар шийджээ (гүүр тус бүр нь 2 арлыг холбох бөгөөд гүүрийг доогуур нь сүлжиж барьж болно). Хаан далайн дээрэмчид түүнийг 1 гүүрийг эсвэл нэг арлаас гараагүй 2 өөр гүүрийг дэлбэлнэ гэдгийг мэдсэн өгөөд чухам аль гүүрийг дэлбэлэхийг мэдэхгүй байв. Үлдсэн гүүрүүдээр дамжаад, аль ч 2 арлын хооронд очиж болдог байхын тулд хаан хамгийн цөөндөө хэдэн гүүр барих шаардлагатай вэ?

4. Теннисний тэмцээнд үнэнч, худалч нийт 100 тамирчин оролцож, хоорондоо тойргоор тогложээ. Тэмцээний дараа тамирчин бүр "Миний хожсон үнэнч ба худалчийн тоо тэнцүү" гэж хэлжээ. Үнэнчүүд бүгд үнэн, худалчууд бүгд худал хэлсэн бол энэ тэмцээнд хамгийн олондоо хэдэн үнэнч тамирчин оролцсон бэ?

5. $\angle A > \angle C$ өнцгүүдтэй ABC гурвалжны BM медианыг татжээ. $BM^2 = BA \cdot BC$ бол $2 \cdot \angle AMB = \angle A - \angle C$ байхыг батал.

6. 3 мөр, n баганатай хүснэгтийн нүднүүдэд $1, 2, \dots, n$ тоонуудыг дараах 2 нөхцөл биелж байхаар бичиж болдог бүх n тоог ол:

1. Хүснэгтийн нэг мөрний нүднүүдэд ялгаатай тоонууд бичигдэнэ.
2. Хүснэгтийн нэг баганад бичигдсэн ямар ч a, b, c тоонуудын хувьд $ab + bc + ca$ нийлбэр n -д хуваагдана.