

Тусгаар тогтнолын олимпиад

1. a, b, c бодит тоонуудын хувьд

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab} + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{ca} = 2$$

бол

$$\frac{a^2 b^2 c^2}{(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)}$$

илэрхийллийн авч болох бүх утгыг ол.

2. ABC гурвалжинд багтсан ω тойрог AB талыг L цэгт шүргэх ба A оройн биссектрис ω тойргийг E, F цэгүүдээр огтолно. (A, E, F дарааллаар байрлана.) LE шулуун ABC гурвалжны багтаасан тойргийг M, N цэгүүдээр, AC талыг K цэгээр огтолдог (M, L, K, N дарааллаар оршино) бөгөөд $\widehat{AN} = \widehat{AM}$ байв. $\angle ABC = 3\angle BCA$ гэж батал.

3. Нэгж талтай хоёр зөв 2019 өнцөгт өгөгдөв. Олон өнцөгт тус бүрийг төвтэй нь холбон гурвалжнуудад хуваажээ. Гурвалжин бүрийг улаан, ногоон, хөх өнгийн аль нэгээр будав. Хэрэв хоёр олон өнцөгт дэх ижил өнгөтэй гурвалжны тоонууд тэнцүү бол ижил өнгийн гурвалжин давхацсан давхацлын тоо дор хаяж 673 байхаар давхарлан байрлуулж болохыг батал.

4. 11×11 хүснэгтийн бүх нүднүүдэд ялгаатай эерэг тоонуудыг бичив. i -р мөрөн дэх тоонуудын үржвэрийг r_i , i -р багана дахь тоонуудын үржвэрийг s_i гэе. $r_1, r_2, \dots, r_{11}$ ба $s_1, s_2, \dots, s_{11}$ нь тус бүрдээ дэс дараалсан 11 натурал тооны квадратууд байж болох уу?