

Орчлон 2019

1. Самбарт 2 сондгой тоо бичигдсэн байв. Нэг удаагийн үйлдлээр самбарт бичигдсэн 2 тоог нэгэн зэрэг 1-ээр ихэсгэж болно, эсвэл аль нэг тоо нь бүтэн квадрат бол тэр тоог язгуураар нь сольж болно. Энэхүү үйлдлийг хэдэн удаа хийж самбарт бичигдсэн 2 тоог тэнцүүлж болохыг батал.
2. Тойрогт багтсан $ABCD$ дөрвөн өнцөгтийн AB талын үргэлжлэл дээр B оройгоос цаана P цэгийг $BP = CD$ байхаар, AD талын үргэлжлэл дээр D оройгоос цаана Q цэгийг $DQ = BC$ байхаар тус тус сонгон авчээ. PQ хэрчмийн дундаж цэг M бол $\angle BMD = 90^\circ$ гэдгийг батал.
3. $a^5 + b^6 + c^7 + d^8 + e^9 + f^{10} + g^{11} = N$ тэгшитгэл нь дор хаяж 2019 ширхэг ялгаатай натурал шийдтэй байх N тоо олдохыг батал.
4. Хүснэгтийн аль ч нүдний улаан ба хөх өнгийн хөрш нүдний тоо хоорондоо тэнцүү байхаар $2n \times 2n$ хэмжээтэй хүснэгтийн нүднүүдийг улаан, хөх, ногоон 3 өнгөөр хэдэн ялгаатай аргаар будаж болох вэ?