Сайн гараа 2018

1. α, β, γ нь ABC хурц өнцөгт гурвалжны өнцгүүд бол

$$\frac{\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma}{\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma} \leq \sqrt{3}$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

2. $n^n + 1$ тоо төгс тоо байх бүх n-ийг ол.

3. Тойрогт багтсан $ABCD$ дөрвөн өнцөгтийн диагоналиудын огтлолцлын цэг O байг. ABO, COD гурвалжнуудыг багтаасан тойргууд O цэгээс ялгаатай K цэгт огтлолцоно. Хэрэв BLC ба AKD гурвалжнууд төсөөтэй байхаар L цэгийг $ABCD$ гүдгэр дөрвөн өнцөгтийн гадна авсан бол $BLCK$ дөрвөн өнцөгтөд тойрог багтааж болохыг батал.

4. $m \geq n \geq 3$ байх натурал тоонууд өгсөн ба $m \times n$ хүснэгтийн n-ээс их k тооны нүдийг буджээ. Нэг мөр эсвэл нэг багананд байгаа хоёр будагдсан нүдний аль нэг нүдний будгийг арилгадаг үйлдэл өгөв. k ширхэг будагдсан нүдтэй аливаа өгсөн байрлалаас үйлдэл хийж чадахгүй болтол үйлдэл хийхэд үлдэх хамгийн бага одны тоог $N(k)$ гэе. Тэгвэл $N(k)$-ийн авч болох хамгийн их утгыг ол.