

Сайн гараа 2018

1. $x + y + z = 2$ байх x, y, z эерэг бодит тоонуудын хувьд

$$\frac{(x-1)^2}{y} + \frac{(y-1)^2}{z} + \frac{(z-1)^2}{x} \geq \frac{1}{4} \left(\frac{x^2+y^2}{x+y} + \frac{y^2+z^2}{y+z} + \frac{z^2+x^2}{z+x} \right)$$

тэнцэтгэл биш биелэхийг батал.

2. Болдод гурван овоо чулуу байв. Тэр нэг үйлдэлдээ аль нэг овооноос чулуу авч нөгөө овооны чулууг 2 дахин их болгож чадна. Тэгвэл тэр ямагт аль нэг овоог чулуугүй болгож чадах уу?

3. $\angle A = 90^\circ$ байх тэгш өнцөгт гурвалжинд AH өндөр, AM медиан татав. BA, AC катетууд дээр харгалзан гадаад байдлаар BAP, CAQ зөв гурвалжнууд байгуулав. Хэрэв AM шулуун PQ хэрчмийг N цэгт огтолдог бол $\angle NHP = \angle ANQ$ гэж батал.

4. p нь анхны тоо. a_1, a_2, \dots, a_p нь бүхэл тоонууд байг.

$$a_1 + k, a_2 + 2k, \dots, a_p + pk$$

тоонуудыг p -д хуваахад дор хаяж $\frac{1}{2}p$ ширхэг ялгаатай үлдэгдэл өгдөг байх k бүхэл тоо олдохыг батал.