

Бага сунгаа V

1. $ABCD$ багтсан дөрвөн өнцөгтийн $\angle B = 90^\circ$, $\angle D = 90^\circ$ байв. B оройгоос AC , AD шулуунууд буулгасан перпендикулярийн сууриуд харгалзан M , N бөгөөд D оройгоос AC , AB шулуунуудад буулгасан перпендикулярийн сууриуд харгалзан P , F бол MN ба PF шулуунууд BD шулуун дээр огтлолцоно гэж батал.

2. Дурын харилцан анхны p , q натурал тоонуудын хувьд $f\left(\frac{p}{q}\right) = p + q$ гэж f функц тодорхойлъя. Хэрэв x эерэг рационал тоо ба $m, n \in \mathbb{N}$ байхад $f(x) = f\left(\frac{m}{n}\right)$ бол $f(x) \mid m - n$ гэж батал.

3. $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ба аливаа x, y эерэг тоонуудын хувьд

$$\frac{f(x^2) + f(y^2)}{2} = f(xy)$$

тэнцэтгэл биелдэг бол аливаа эерэг $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ тоонууд ба $\forall n \geq 3$ хувьд

$$\frac{\sum_{i=1}^n f(x_i^n)}{n} = f(x_1 x_2 x_3 \cdots x_n)$$

гэж батал.

4. 10×10 хүснэгтийн нүднүүд дээр аль ч 4 даам хүснэгтийн талуудтай параллел талуудтай тэгш өнцөгт үүсгэхгүй байхаар хамгийн олондоо хэдэн даам байрлуулах вэ?